

令和7年度 石教研数学部会 数学の窓 (日常実践資料集)



授業に活用できる 良問

思考力・判断力・表現力を育む授業づくり 実践例

1 単元（教材）名

2 学年 第1章 式と計算 「数量の大きさを比べる」

2 生徒に身につけさせたい力

- (1) 論理的に思考する力
- (2) 筋道立てて説明する力
- (3) 習ったことを深化・統合・発展させる力

3 本時の目標

視覚的に判断がつきにくい図形の性質を、文字を用いて考察することができる。

(思考・判断・表現)

4 参考にした教科書の内容

弧の長さの和についての説明

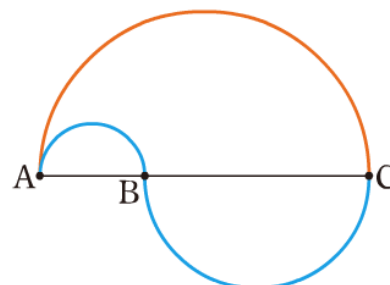
例題 1

右の図で、AB, BC をそれぞれ直径とする
2つの半円の弧の長さの和は、AC を直径と
する半円の弧の長さと同じになります。

このことを、文字を使って説明しなさい。

考え方

AB, BC をそれぞれ直径とする2つの半円の弧の
長さの和と、AC を直径とする半円の弧の長さを、
文字を使って表し、これらが等しくなることを示す。



もどって確認 ←

半径 r の円の周の長さは $2\pi r$

5 本時における授業づくりの視点

(1) 問題の工夫

- ①身のまわりにある生活で、数学を実感できる問題
- ②予想や比較を取り入れ、数学を利用して解決できる問題

※生徒が自ら問いを生み出す課題を意図的に設定し、学ぶ楽しさはもちろん、加えて学ぶ意義まで感じることができる学習内容を工夫して、生徒の知的好奇心を刺激する

(2) 数学的活動の工夫

- ①図形の性質などを帰納的に見出し、文字を用いて演繹的に説明する活動
- ②数量関係を発展的にとらえ、文字を用いて演繹的に説明する活動

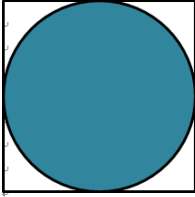
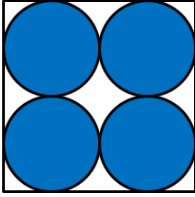
※知的好奇心を刺激し、課題解決のために自由に試行し、加えて多様に考える楽しさを感じることができる学習形態や流れを意識して、質の高い数学的な活動を充実させる

(3) 発問の工夫

- ①「**どちらのピザの方がたくさん食べることができるかな**」(導入時)
※視覚的に判断つきにくい2つの図形を比較し、どちらが大きいかを予想することができる
- ②「**正方形の1辺がどんな数でも、AとBの面積は等しくなるのか**」(展開時)
※図形の性質などを帰納的に見出し、文字を用いて演繹的に説明することができる
- ③「**条件を変えて、同じような図形を書くことはできないかな?**」(終末時)
※数量関係を発展的にとらえ、文字を用いて演繹的に説明することができる

6 本時の授業

(1) 本時の展開

過程 (分)	生徒の学習活動	形態	教師のかかわり	思考力・判断力・表現力を育む 授業づくりのポイント
課題 把握 10	【問題】 ピザを注文します。 ①〇〇家は、Aのように1枚のピザを注文しました。 ②△△家は、Bのように4枚のピザを注文しました。 どちらのピザも、1辺が同じ長さの正方形の箱に入っています。 A  B 			
	1 【予想される生徒の解答】 図を見て、予想する。 ①Aの方が大きい ②Bの方が大きい ③AとBは同じ大きさ ④わからない	個	1 【発問】 「AとBのピザでは、どちらが大きいと思いますか。」	問題の工夫
展開 20	2 1辺の長さを決める 正方形の一辺に長さを利用し、AとBの面積の大きさを求める。 【考える視点】 正方形の一辺の長さを利用し、AとBの半径の長さを求めることができる。	個	2 正方形の1辺の長さを生徒に決めさせる 【指導のポイント】 正方形の一辺に長さを利用し、AとBの面積の大きさを求めさせる。	数量関係を見出す
	3 面積の求め方を全体で確認する。	全	3 説明するポイント ・順序よく、わかりやすく ・どんな性質を使ったのか	
	4 【予想される生徒の反応】 ①どんな値でも成り立つ。 ②小数や分数では成り立たない・確かめる必要がある。	個 ペア	4 【発問】 「正方形の1辺がどんな数でも、AとBの面積は等しくなるのか」	数量関係を一般化
	【考える視点】 いつでも、どこでも成り立つことを説明するために、正方形の一辺の長さを、文字を用いて一般化する。		【指導のポイント】 正方形の一辺の長さをどのように表せばよいかを、考えさせる。	発問のねらいや意図などを明確にする

展開 20	5 A・Bの面積を、文字を使って表し、等しくなることを確認する。	個 ペア	5 A・Bの面積を、文字を使って等しくなることを確認させる	数学的活動の工夫 図や式を用いて、論理的に思考し、筋道立てて説明することができる。
	6 ペアで交流し、自分の考えを説明すること、周りの考え方を聞くことを通して、A・Bの面積をどのように表したかを確認する。	ペア	6 ペアで考えを交流させる	
	7 A・Bの面積の表し方、A・Bの面積が等しいことを全体で確認する。	全	7 説明するポイント ・順序よく、わかりやすく ・どんな性質を使ったのか	
定着 20	8 【予想される生徒の反応】 ①以外の条件を1つ変えて、自分でA・Bの面積が等しくなるかどうか確かめてみる。	個 ペア	8 【発問】 「条件を変えて、同じような図形を書くことはできないな？」	学びの深化・統合・発展 数量の関係を発展的にとらえる
	【予想される生徒の条件】 ①外側の正方形 ⇒長方形や立方体など ②内側の円 ⇒三角形・ひし形など ③4等分 ⇒9等分・16等分など		【指導のポイント】 円を三角形に変えるなど、大きい三角形と小さい三角形の面積の和が等しくなるかどうかを考えさせる。	
	9 出てきた図形で、AとBの面積が等しいことを、数学的に説明する。	全	9 出てきた図形を参考に、3・5で学んだ知識を活用させ、考えさせる。	
	10 AとBの面積が等しいことを、全体で確認、交流する。	全	10 説明するポイント ・順序よく、わかりやすく ・どんな性質を使ったのか	

(2) 本時の評価

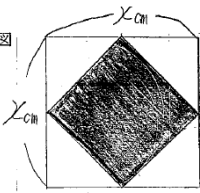
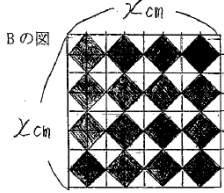
視覚的に判断がつきにくい図形の性質を、文字を用いて考察することができたか

【思考・判断・表現】

(3) 深化・統合・発展させた生徒の学習内容

①4等分の条件を変更

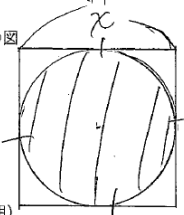
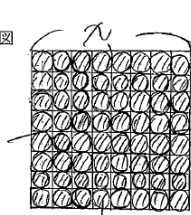
条件 (円と正方形を4等分) を
(円と正方形を4等分) に変えてみた。

Aの図  Bの図 

(説明)
Aの面積
 $x \times x \times \frac{1}{2} = \frac{x^2}{2}$
A) $\frac{x^2}{2} \text{ cm}^2$

Bの面積
 $\frac{1}{4}x \times \frac{1}{4}x \times \frac{1}{2} \times 16 = \frac{x^2}{2}$
A) $\frac{x^2}{2} \text{ cm}^2$

条件 (円) を
(64等分) に変えてみた。

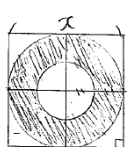
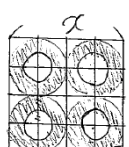
Aの図  Bの図 

(説明)
 $\frac{x}{2} \times \frac{x}{2} \times \pi = \frac{\pi x^2}{4}$

$\frac{x}{16} \times \frac{x}{16} \times \pi \times 64 = \frac{\pi x^2 \times 64}{256}$
 $= \frac{\pi x^2}{4}$

②内側の円の条件を変更

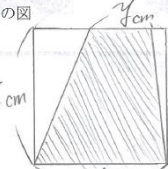
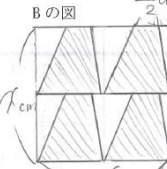
条件 (円と正方形) を
(ドーナツ形) に変えてみた。

Aの図  Bの図 

(説明)
Aの面積
 $(\frac{x}{2} \times \frac{x}{2} \times \pi) - (\frac{1}{2}x \times \frac{1}{2}x \times \pi)$
 $= \frac{\pi x^2}{4} - \frac{\pi x^2}{16}$
 $= \frac{4\pi x^2}{16} - \frac{\pi x^2}{16}$
 $= \frac{3\pi x^2}{16}$
A) $\frac{3\pi x^2}{16} \text{ cm}^2$

Bの面積
 $(\frac{1}{4}x \times \frac{1}{4}x \times \pi \times 4) - (\frac{1}{8}x \times \frac{1}{8}x \times \pi \times 4)$
 $= \frac{\pi x^2}{4} - \frac{\pi x^2}{16}$
 $= \frac{4\pi x^2}{16} - \frac{\pi x^2}{16}$
 $= \frac{3\pi x^2}{16}$
A) $\frac{3\pi x^2}{16} \text{ cm}^2$

条件 (円) を
(台形) に変えてみた。

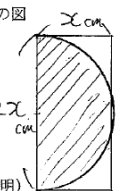
Aの図  Bの図 

(説明)
Aの面積
 $(x + \frac{x}{2}) \times \frac{x}{2} \times \frac{1}{2}$
 $= \frac{x^2 + x^2}{2} \times \frac{1}{2}$
 $= \frac{x^2 + x^2}{4}$
 $= \frac{2x^2}{4}$
 $= \frac{x^2}{2}$

Bの面積
 $(\frac{x}{2} + \frac{x}{2}) \times \frac{x}{2} \times \frac{1}{2} \times 4$
 $= (\frac{x}{2} + \frac{x}{2}) \times \frac{x}{4} \times 4$
 $= \frac{x^2 + x^2}{2} \times 1$
 $= \frac{2x^2}{2}$
 $= x^2$

③外側の正方形の条件を変更

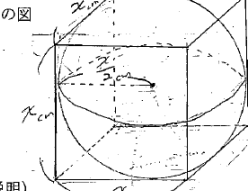
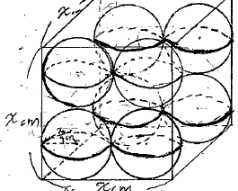
条件 (外側の正方形) を
(長方形) に変えてみた。

Aの図  Bの図 

(説明)
Aの面積
 $x \times x \times \pi \times \frac{1}{4}$
 $= \frac{\pi x^2}{4}$
A) $\frac{\pi x^2}{4} \text{ cm}^2$

Bの面積
 $\frac{x}{2} \times \frac{x}{2} \times \pi \times \frac{1}{4} \times 4$
 $= \frac{\pi x^2}{4}$
A) $\frac{\pi x^2}{4} \text{ cm}^2$

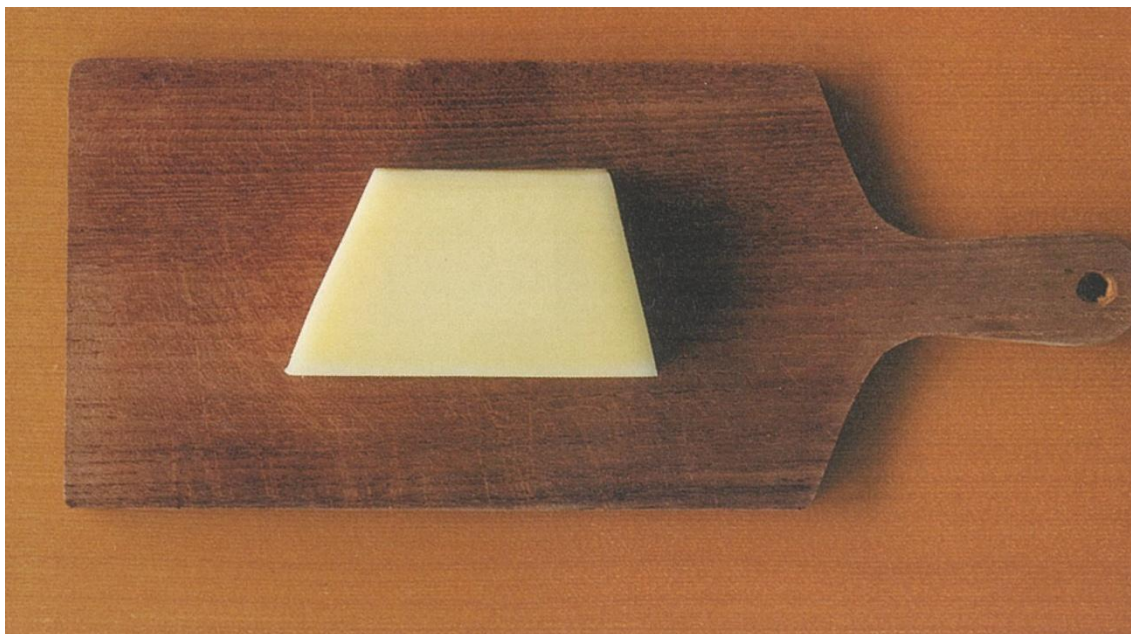
条件 (正方形) を
(立方体) に変えてみた。

Aの図  Bの図 

(説明)
球の体積
 $\frac{4}{3} \pi \times (\frac{x}{2})^3$
 $= \frac{\pi x^3}{6}$

8等分した球の体積
 $\frac{4}{3} \pi \times (\frac{x}{2})^3 \times 8$
 $= \frac{\pi x^3}{6}$

○授業で使える「等積変形」の問題



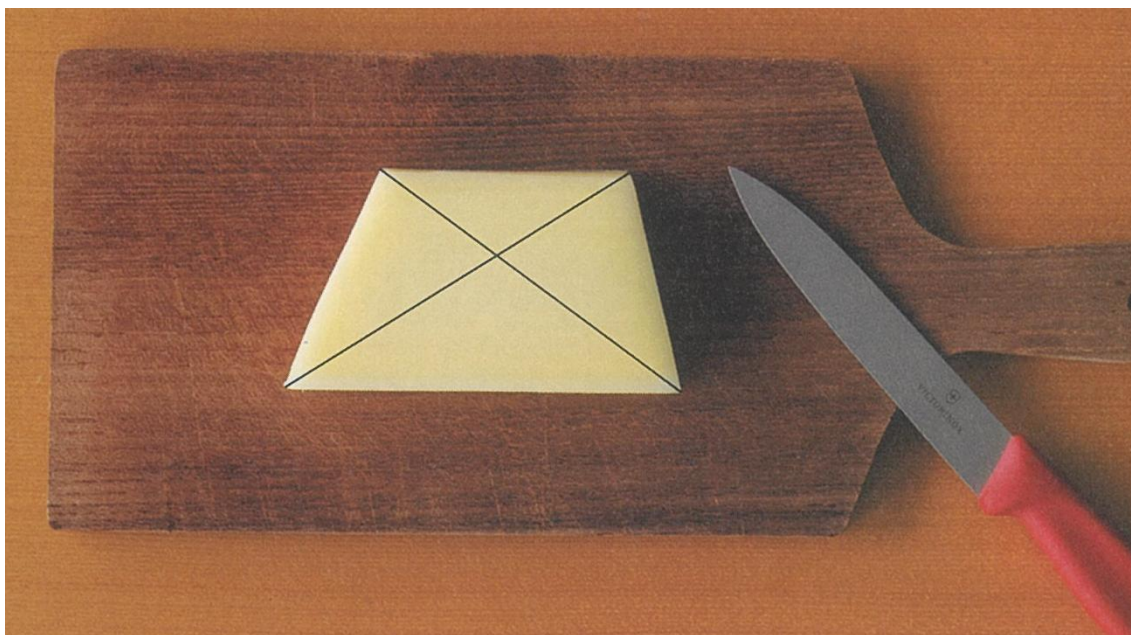
問題 お母さんのチーズ分割法

佐藤家は、お父さんとお母さんと双子の兄弟の4人家族。
兄弟は今、小学4年生です。
お母さんは、2人に対して、なんでも平等に与えてきました。
そうしないと、すぐけんかになってしまうからです。

ある日、お父さんが会社帰りにデパ地下に寄って、一家みんなが大好きな
チーズを買ってきました。厚みは2cmくらいのナチュラルチーズです。
上から見ると、台形でした。左右の辺の長さは、どうやら同じではなさそうです。



松屋銀座デパート
食品売り場にて



問題続き お母さんは、兄弟に同じ量のチーズを食べさせたいと思い、写真のように、ナイフを入れることにしました。

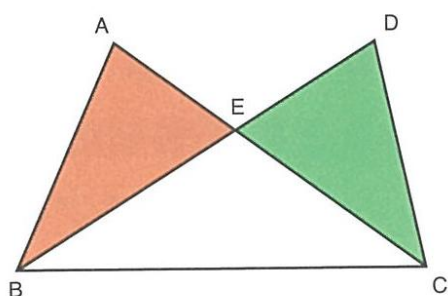
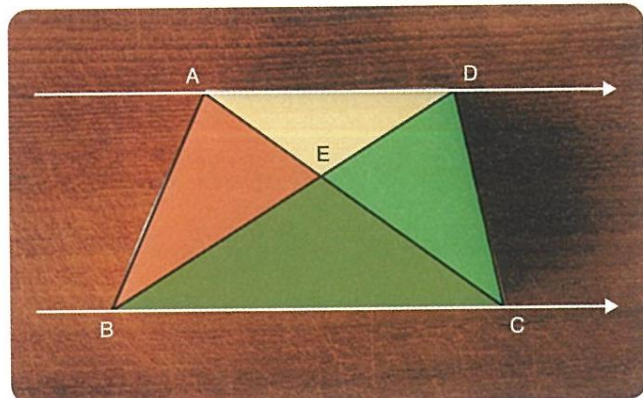
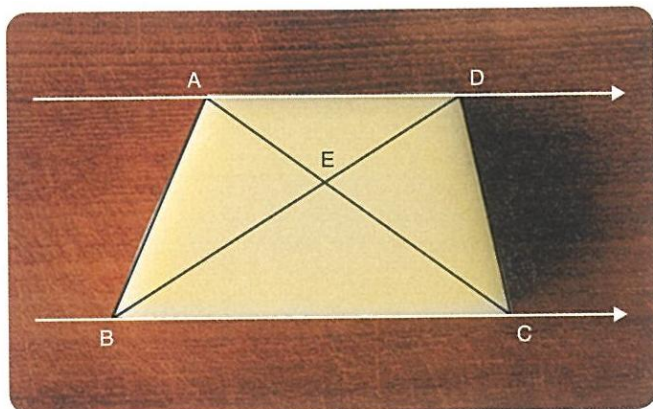
下の大きい三角形は、お父さん。
上の小さい三角形は、自分がとることにして、
兄弟には、左右の三角形をあげることにしました。

ところが、兄弟は左右では大きさが違うと言って承知しません。
さて、みなさん。お母さんの切り方が正しいことを証明していただけませんか？

という問題を生徒に取り組ませました。生活に身近な題材の問題なので、かなり食いついて考えている姿が見られ、時間の経過とともに、

- ①面積が等しい三角形の組があること。
- ②共通の三角形の面積を引けばいいのでは。

と生徒同士で解決する姿が見られました。



今回の問題は、「解きたくなる数学」著 佐藤 雅彦
の問題を導入として使いました。実際に授業で使えるような
問題もいくつかありますので、一度見ていただければと思います。
※最近2冊目の本も出版されたみたいです。

